الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان شهادة التعليم المتوسط — دورة: جوان 2015

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: ساعتان

الجزء الأول: (12 نقطة)

التمرين الأول: (03 نقاط)

1) احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 696 و 406 مع كتابة مراحل الحساب.

2) اكتب $\frac{696}{406}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.

3) احسب العدد P حيث $P=\frac{696}{406}-\frac{3}{7}\times\frac{5}{2}$

التمرين الثاني: (03,5 نقطة)

تعطى العبارة: $F=(2x-3)^2-16$

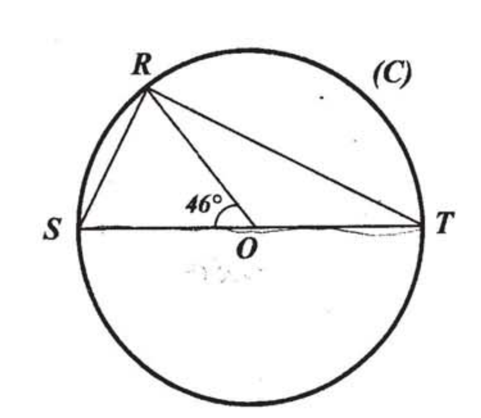
1) تحقّق بالنّشر أنّ: $F=4x^2-12x-7$

2) حلّل F إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

3) حل المعادلة: $(2x-7)(2x+1)=0$

4) احسب F من أجل $x=1+\sqrt{2}$ واكتب النتيجة على الشّكل $a+b\sqrt{2}$ حيث a و b عددان نسبيان.

التمرين الثالث: (03 نقاط)



في الشّكل المقابل الأطوال وأقياس الزوايا غير حقيقية.

(C) دائرة مركزها O وقطرها $ST=9\ cm$

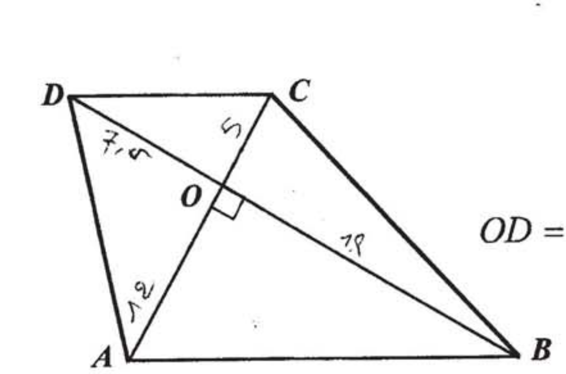
R نقطة من هذه الدائرة حيث $\widehat{SOR}=46°$

1) بيّن أنّ: $\widehat{STR}=23°$

2) المثلث SRT قائم في R ، علّل.

3) احسب الطول RS بالتّدوير إلى $0,01$.

التمرين الرابع: (02,5 نقطة)



الشكل المقابل مرسوم بأطوال غير حقيقية.

$ABCD$ رباعي قطراه متعامدان ومتقاطعان في O حيث:

$OA=12\ cm$ ، $OB=18\ cm$ ، $OC=5\ cm$ ، $OD=7,5\ cm$

1) برهن أنّ المستقيمين (AB) و (CD) متوازيان.

2) احسب الطول AB .

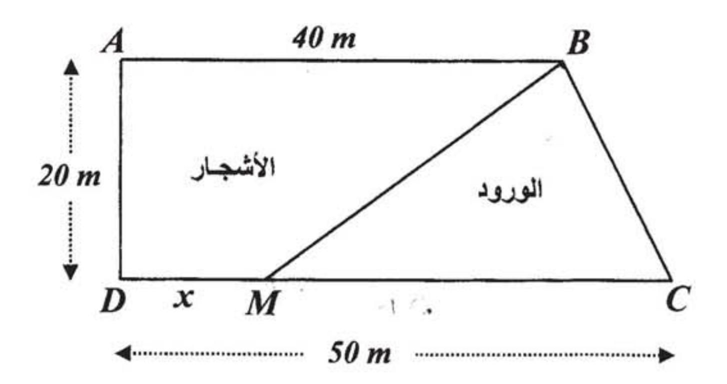
الجزء الثاني: (08 نقاط)

المسألة:

I) لِعَمِّي أحمد قطعة أرض مستطيلة الشّكل مساحتها $1000m^2$، عرضها خمسي $\left(\frac{2}{5}\right)$ طولها.

– أوجد بُعْدَي هذه القطعة.

II) تنازل عَمِّي أحمد لأخيه عن جزء من هذه القطعة مساحته $100m^2$ وخصّص الجزء الباقي منها لاستغلاله مشتلة للورود والأشجار. لهذا الغرض قسّم هذا الجزء عشوائيًا إلى قطعتين كما هو موضّح في الشّكل:



نضع: $DM = x$ (M نقطة من $[DC]$ مع $0 \leq x \leq 50$).

لتكن $f(x)$ مساحة المثلث BCM و $g(x)$ مساحة القطعة $ABMD$.

1) أ– عبّر عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x.

ب– سَاعِدْ عَمِّي أحمد لإيجاد الطول DM حتى تكون لقطعتي الأرض نفس المساحة.

2) أ– في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

– مثّل بيانيًا الدالتين: $f(x) = 500 - 10x$ ، $g(x) = 10x + 400$

نأخذ : **1 cm** على محور الفواصل يمثّل **2 m**

1 cm على محور التراتيب يمثّل **$50\ m^2$**

ب– فسّر بيانيًا مساعدتك السابقة لِعَمِّي أحمد، مع تحديد قيمة المساحة في هذه الحالة.

الإجابة النموذجية لموضوع امتحان: شهادة التعليم المتوسط دورة: جوان 2015

اختبار مادة: الرياضيات المدة: ساعتان

الرقم	عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مج
التمرين الأول	1) حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 696 و 406 و كتابة مراحل الحساب: $696 = 406\times1+290$ $406 = 290\times1+116$ $290 = 116\times2+58$ $116 = 58\times2+0$	01	03
	العدد 58 هو القاسم المشترك الأكبر للعددين 696 و 406	0,50	
	2) كتابة $\frac{696}{406}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال: $\frac{696}{406}=\frac{696:58}{406:58}=\frac{12}{7}$	0,50	
	3) حساب العدد P حيث $P=\frac{696}{406}-\frac{3}{7}\times\frac{5}{2}$:		
	$P=\frac{12}{7}-\frac{3}{7}\times\frac{5}{2}$	0,25	
	$P=\frac{24}{14}-\frac{15}{14}$	0,50	
	$P=\frac{9}{14}$	0,25	
التمرين الثاني	1) التحقق بالنشر أنّ: $F=4x^2-12x-7$ $F=(2x-3)^2-16$		03,5
	$=[(2x)^2+3^2-2\times2x\times3]-16$	0,50	
	$=4x^2+9-12x-16$	0,25	
	$=4x^2-12x-7$	0,25	
	2) تحليل F إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى: $F=(2x-3)^2-16$		
	$=(2x-3)^2-4^2$	0,25	
	$=[(2x-3)+4]\times[(2x-3)-4]$	0,50	
	$=(2x+1)(2x-7)$	0,25	
	3) حلّ المعادلة $(2x-7)(2x+1)=0$:		
	$(2x-7)(2x+1)=0$ معناه $2x+1=0$ أو $2x-7=0$	0,50	
	و منه: $x=\frac{-1}{2}$ أو $x=\frac{7}{2}$ و بالتالي للمعادلة حلان هما $\frac{-1}{2}$ و $\frac{7}{2}$	0,50	
	4) حساب F من أجل $x=1+\sqrt{2}$ و كتابة النتيجة على الشكل $a+b\sqrt{2}$		
	$F=4(1+\sqrt{2})^2-12(1+\sqrt{2})-7$ $=4(1+2+2\sqrt{2})-12-12\sqrt{2}-7$ $=4(3+2\sqrt{2})-12-12\sqrt{2}-7$	0,25	
	$=12+8\sqrt{2}-12-12\sqrt{2}-7$ $=-4\sqrt{2}-7$	0,25	

التمرين الثالث	1) إثبات أن $\widehat{STR}=23°$: في الدائرة (C) لدينا $\widehat{SOR}$ زاوية مركزية و $\widehat{STR}$ زاوية محيطية تحصران نفس القوس $\widehat{SR}$ و منه $\widehat{STR}=\frac{1}{2}\widehat{SOR}$ بالتعويض نجد: $\widehat{STR}=\frac{1}{2}\times 46°$ إذن: $\widehat{STR}=23°$ 2) تعليل أن المثلث SRT قائم في R : بما أن الدائرة (C) تحيط بالمثلث SRT و ضلعه $[ST]$ قطر لها فإن SRT قائم في R (حسب الخاصية العكسية للدائرة المحيطة بمثلث قائم). 3) حساب الطول RS بالتدوير إلى $0,01$: في المثلث SRT القائم في R لدينا: $\sin\widehat{T}=\frac{RS}{ST}$ و منه: $RS=ST\times\sin\widehat{T}$ بالتعويض نجد: $RS=9\times\sin 23°$ أي $RS\approx 3,516cm$ إذن: مدوّر RS إلى $0,01$ هو $3,52\ cm$	0,50 0,50 0,25 0,50 0,50 0,50 0,25	03
التمرين الرابع	1) برهان أن المستقيمين (AB) و (CD) متوازيان: لدينا $\frac{OA}{OC}=\frac{12}{5}=2,4$ و $\frac{OB}{OD}=\frac{18}{7,5}=2,4$ نستنتج أن: $\frac{OA}{OC}=\frac{OB}{OD}$ و بما أن النقط A ، O ، C في استقامية و كذلك النقط B ، O ، D و بنفس الترتيب إذن المستقيمان (AB) و (CD) متوازيان (حسب عكس مبرهنة طالس). 2) حساب الطول AB : بتطبيق مبرهنة فيثاغورس على المثلث ABO القائم في O نجد: $AB^2=OA^2+OB^2$ بالتعويض نجد: $AB^2=12^2+18^2$ ومنه: $AB^2=144+324=468$ إذن: $AB=\sqrt{468}=6\sqrt{13}cm$	0,50 0,25 0,50 0,25 0,50 0,25 0,25	02,5

حل المسألة: I. إيجاد بعدي القطعة: بفرض طول القطعة هو x فإن عرضها هو $\frac{2}{5}x$.

وبما أن مساحتها $1000m^2$ فإن: $x\left(\frac{2}{5}x\right)=1000$ وبالتالي: $\frac{2}{5}x^2=1000$

أي: $x^2=1000\div\frac{2}{5}$ وعليه: $x^2=1000\times\frac{5}{2}=2500$

بما أن الطول موجب فإن: $x=\sqrt{2500}=50$ ، $\frac{2}{5}\times 50=20$

وبالتالي طول القطعة هو $50m$ وعرضها $20m$.

ملاحظة: يمكن حل هذا السؤال باستعمال جملة معادلتين.

II.1.أ) التعبير عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x:

$$f(x) = \frac{CM \times AD}{2} = \frac{20(50-x)}{2} = 500 - 10x$$

$g(x) = (1000-100) - f(x) = 900 - (500-10x)$ أي: $g(x) = 400 + 10x$

ملاحظة: يمكن التعبير عن $g(x)$ باستعمال قانون مساحة شبه منحرف.

ب) مساعدة عمي أحمد لإيجاد الطول DM حتى تكون لقطعتي الأرض نفس المساحة:

لقطعتي الأرض نفس المساحة تعني: $f(x) = g(x)$ أي: $500 - 10x = 400 + 10x$

ومنه: $500 - 400 = 10x + 10x$ أي: $100 = 20x$ ومنه: $x = 5$

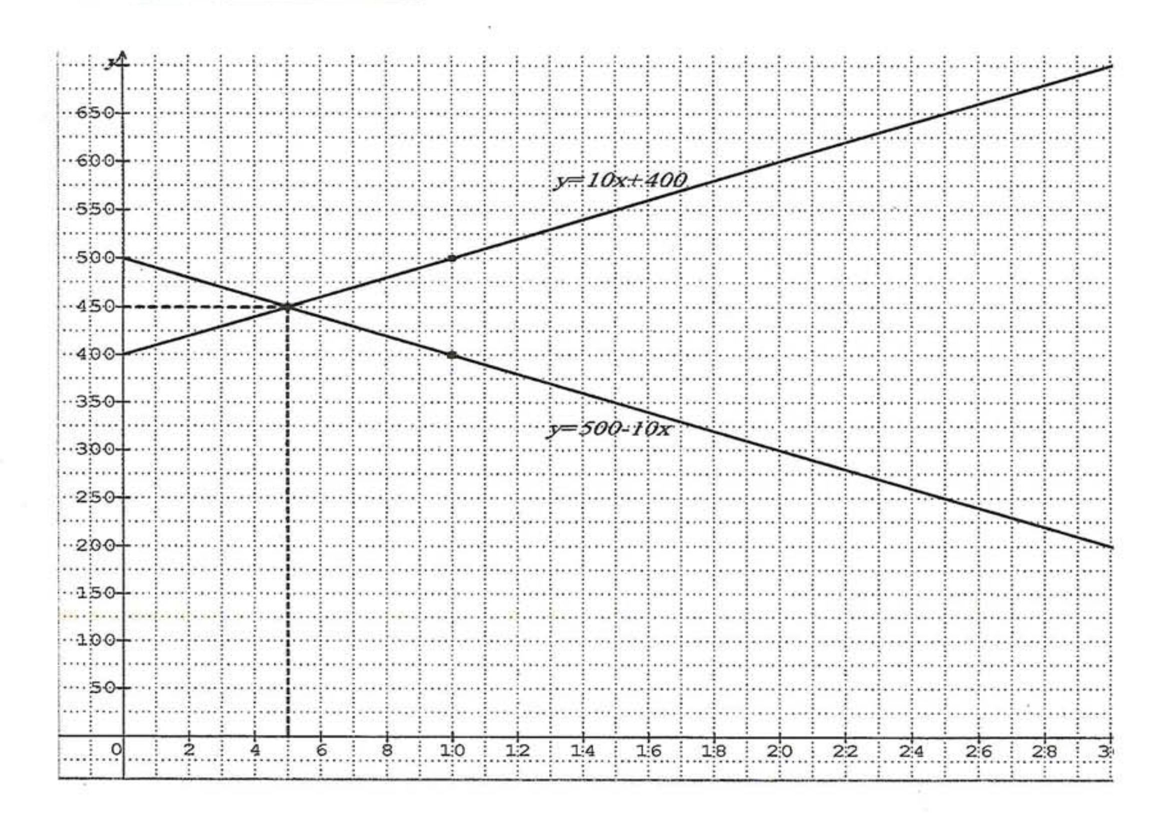
وبالتالي حتى تكون لقطعتي الأرض نفس المساحة يجب أن يكون: $DM = 5$

2-أ) لتمثيل الدالتين: $f(x) = -10x + 500$ ، $g(x) = 10x + 400$ بيانيا:

x	0	10
$f(x)$	500	400

x	0	10
$g(x)$	400	500

التمثيل البياني:



ب) التفسير البياني للمساعدة السابقة لعمي أحمد مع تحديد قيمة المساحة في هذه الحالة:

يكون لقطعتي الأرض نفس المساحة من أجل فاصلة نقطة تقاطع المنحنيين وهي $x = 5$ أي: $DM = 5m$

وتبلغ قيمة المساحة في هذه الحالة $450\ m^2$

السؤال	المعيار	المؤشرات	التنقيط	مجزأة	مج
1	م1	– التعبير عن البعدين بدلالة مجهول واحد . – كتابة المعادلة على الشكل $x^2 = b$.	0,5 إن وفق في مؤشر 1 إن وفق في مؤشرين	1	2
	م2	– التعبير عن البعدين بشكل صحيح . – حل المعادلة صحيح .	0,5 إن وفق في مؤشر 1 إن وفق في مؤشرين	1	
2	م1	– توظيف المساحة المتبقية بعد التنازل في التعبير عن $g(x)$ – التعبير عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x – كتابة المعادلة $f(x) = g(x)$ – التمثيل البياني للدالة f. – التمثيل البياني للدالة g. – ربط تساوي المساحتين بنقطة التقاطع . – تفسير فاصلة نقطة التقاطع. – تفسير ترتيب نقطة التقاطع.	0,5 إن وفق في مؤشر 1 إن وفق في مؤشرين 1,25 إن وفق في ثلاث مؤشرات 1,75 إن وفق في أربع مؤشرات 2,5 إن وفق في خمس مؤشرات فأكثر.	2,5	4,5
	م2	– التعبير عن $f(x)$ و $g(x)$ بشكل صحيح . – الحل الصحيح للمعادلة $f(x) = g(x)$. – التمثيل البياني للدالة f صحيح . – التمثيل البياني للدالة g صحيح. – قراءة إحداثيتي نقطة التقاطع بيانيا بشكل صحيح. – تفسير فاصلة نقطة التقاطع صحيح. – تفسير ترتيب نقطة التقاطع صحيح.	0,5 إن وفق في مؤشر 1 إن وفق في مؤشرين 1,25 إن وفق في ثلاث مؤشرات 1,5 إن وفق في أربع مؤشرات 2 إن وفق في خمس مؤشرات فأكثر.	2	
كل المسألة	م3	– التسلسل المنطقي. – معقولية النتائج. – احترام وحدات القياس .	0,5 إن وفق في مؤشر 1 إن وفق في مؤشرين فأكثر.	1	1,5
	م4	– المقروئية . – عدم التشطيب .	0,25 إن وفق في مؤشر 0,5 إن وفق في مؤشرين	0,5	

م1 : التفسير السليم للوضعية. م3 : انسجام النتائج.

م2 : الاستعمال السليم للأدوات الرياضية. م4 : تقديم الورقة.